

УДК 521.12 : 531.534
ББК 26.2
Н19

ISSN 2075-6836

A. I. Nazarenko

ERRORS OF FORECASTING OF SATELLITE MOTION IN THE EARTH GRAVITY FIELD

Obtaining of authentic statistical estimates of errors is topical for solution of many application problems, for example, for estimating the probability of collisions of satellites, for navigation with using dedicated satellite systems, etc. The content of the book is the development of the technique for estimating satellites' motion errors caused by inaccuracy of the known parameters of Earth's gravity field. Four basic sections of the book outline the following issues: 1) principles of the technique for forecasting correlation matrixes of errors in a satellite's state vector; 2) statistical characteristics of gravitational disturbances; 3) forecasting of the correlation matrix of errors; 4) adjustment of the algorithm parameters.

The book presents numerous examples of solution of considered problems with using the model and real information. The texts of four applied computer programs are given in the Appendix, namely: 1) the program for constructing the autocorrelation functions of random gravitational disturbances in the Earth-centered coordinate system; 2) the program for forecasting the correlation matrix of state vector errors with accounting for a «pure» effect of gravitational disturbances; 3) the program for analyzing the accuracy of so-called TLE; 4) the program for determining the RMS of measurement errors and system's noise using the simulation model.

The author hopes that materials of the book will be useful for a rather wide scope of specialists: researchers, engineers, post-graduate students and students. The list of used sources includes 44 names.

Keywords: gravitational field of the Earth, statistical characteristics, gravitational disturbances, correlation matrix, correlation function, forecasting of errors, adjustment of parameters, computer programs.

Получение достоверных статистических оценок погрешностей является актуальным для решения многих прикладных задач, например, для оценки вероятности столкновений спутников, для навигации с использованием соответствующих спутниковых систем и др. Содержание книги — развитие методики для оценки погрешностей прогнозирования движения спутников, порождаемых неточностью известных параметров гравитационного поля Земли. В четырех основных разделах книги изложены следующие вопросы: 1) основы методики для прогнозирования корреляционных матриц погрешностей вектора состояния спутников; 2) статистические характеристики гравитационных возмущений; 3) прогнозирование корреляционной матрицы погрешностей; 4) настройка параметров алгоритма.

В книге приводятся многочисленные примеры решения рассматриваемых задач с использованием модельной и реальной информации. В приложениях представлены тексты четырех прикладных программ: 1) построения автокорреляционных функций случайных гравитационных возмущений в связанной с Землей системе координат; 2) прогнозирования корреляционной матрицы погрешностей вектора состояния с учетом «чистого» влияния гравитационных возмущений; 3) анализа точности так называемой TLE; 4) определения СКО погрешностей измерений и шума системы на имитационной модели.

Автор надеется, что материалы книги будут полезны для достаточно широкого круга специалистов: научных работников, инженеров, аспирантов и студентов. Список использованных источников состоит из 44 наименований.

Ключевые слова: гравитационное поле Земли, статистические характеристики, гравитационные возмущения, корреляционная матрица, корреляционная функция, прогнозирование погрешностей, настройка параметров, компьютерные программы.

Редактор: *Корниленко В. С.*

Компьютерная верстка: *Комарова Н. Ю.*

© Институт космических исследований (ИКИ) РАН, 2010
© Дизайн обложки Давыдов В. М., Захаров А. Н., 2010

ISSN 2075-6836

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ РАН



НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «КОСМОНИТ»
ОАО «РОССИЙСКАЯ КОРПОРАЦИЯ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОГО
ПРИБОРОСТРОЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ»

А. И. Назаренко

**ПОГРЕШНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКОВ
В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ**

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
Р. Р. НАЗИРОВА

СЕРИЯ
МЕХАНИКА, УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА

Москва, 2010

ПРОГРЕШНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКОВ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Предисловие

Прогнозирование небесных тел является предметом исследований старейшей науки – небесной механики. Ее развитие связано с именами таких всемирно известных ученых как Кеплер, Ньютон, Лагранж, Лежандр, Гаусс и многих других. В России фундаментальные монографии по этому разделу науки опубликованы М.Ф. Субботиным² и Г.Н. Дубошиным³. Особенностью прикладных исследований в данной области является их «штучный» характер, связанный с исследованием движения относительно немногочисленных небесных тел: Земли, Луны, планет и комет.

После запуска в Советском Союзе в 1957 г. первого искусственного спутника Земли и развертывания широкого круга космических исследований появилась новая область применения классической небесной механики. В результате проведения по этой тематике большого числа исследований образовался новый раздел науки – космическая баллистика (Astrodynamics). На ее содержание существенное влияние оказали ряд обстоятельств:

- Запуск большого числа искусственных спутников Земли (ИСЗ), решающих различные прикладные задачи (в настоящее время в околоземном пространстве находится более **600** действующих космических аппаратов).
- Образование большого числа «фоновых» космических объектов. Их обнаружение и контроль текущего состоянием осуществляют Российская и Американская системы контроля космического пространства. В настоящее время в оперативно обновляемом каталоге этих систем находится более 13000 спутников размером более 10-20 см. Этот космический мусор стал головной болью для специалистов по решению различных прикладных задач в околоземном пространстве (ОКП).
- Возникла реальная опасность случайных столкновений спутников. Последним примером является столкновение 10 февраля 2009 г. Американского действующего КА Iridium 33 и Российского

¹ Научно-технологический центр космического мониторинга Земли- филиал ФГУП «РНИИ КП», anazarenko@iki.rssi.ru, anazarenko32@mail.ru, 84954295400, 84991870268, 89035454483

² Субботин М.Ф. Курс небесной механики. т.2 М-Л ОНТИ НКТП 1937

³ Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Издательство «Наука», 1968.

прекратившего работу КА Космос 2251. В результате образовалось более 700 каталогизированных объектов.

- Развитие стохастического подхода к описанию движения спутников, при котором в правых частях уравнений движения учитываются случайные возмущения.
- Доступность орбитальных данных по большому числу спутников (например, <http://www.space-track.org>) и ряда компьютерных прикладных программ. Их можно «скачать» с соответствующих сайтов в Интернете.
- Феноменальные достижения в развитии вычислительной техники.

Характерной особенностью применения космической баллистики является массовый характер расчетов. Ежедневно в мире выполняется сотни тысяч прогнозов движения спутников. Естественно, что в этих условиях появились необходимость и возможность статистических оценок погрешностей прогнозирования.

Получение достоверных статистических оценок погрешностей является особенно актуальным для решения многих прикладных задач, например, для оценки вероятности столкновений спутников, для навигации с использованием соответствующих спутниковых систем и др. При решении данной задачи широко применяется апостериорный анализ погрешностей прогнозирования, который оказывается вполне уместным для ограниченного числа конкретных спутников. Однако в связи с большим разнообразием орбит такой подход является не всегда возможным. Разработка методики для получения априорных статистических характеристик погрешностей прогнозирования движения спутников, пригодных для разнообразных типов орбит, является одной из новых задач космической баллистики.

Первые исследования автора по развитию статистического подхода к априорной оценке погрешностей прогнозирования движения спутников относятся к концу 60-х – началу 70-х годов. Они характерны применением «цветного» шума для учета случайных возмущений. По тем временам такой подход был «пионерским». Полученные результаты были опубликованы в ряде статей [1, 2] и монографии [3]. Автор выражает признательность Ю.П. Горохову, М.Д. Кислику, А.Д. Курланову, В.И. Мудрову, Р.Р. Назирову, Л.П. Пеллинену и П.Е. Эльясбергу за поддержку проведения этих исследований и участие в обсуждении результатов. Кроме того, он считает необходимым отметить важный вклад, который внесли в практическую реализацию соответствующих алгоритмов его коллеги по работе В.Д. Анисимов, А.Г. Клименко, И.М. Кутепов, Л.Г. Маркова и И.Г. Поздняков.

После проведения упомянутых выше исследований прошло 40 лет. За это время в рассматриваемой области произошли большие изменения:

- достигнуты большие успехи в уточнении параметров гравитационного поля Земли;

- построение априорных статистических характеристик погрешностей прогнозирования спутников стало еще более актуальной задачей.
- в Американских изданиях опубликовано несколько работ по рассматриваемой проблеме;
- характеристики вычислительной техники улучшились на несколько порядков.

С учетом изменившейся обстановки возникла необходимость усовершенствовать и доработать развитый ранее подход к расчету априорных статистических характеристик погрешностей прогнозирования спутников в гравитационном поле Земли и на этой основе сделать доступными соответствующие алгоритмы и программы для потребителей. Автор выражает признательность профессору Техасского университета К.Т. Алфренду (K.T. Alfriend) за интерес и поддержку продолжения исследований по рассматриваемой проблеме⁴.

Книга предназначена, в основном, для специалистов, решающих прикладные задачи в области комической баллистики. При обосновании соответствующих алгоритмов автор старался не углубляться в математические «дебри», характерные для решения задач с учетом стохастических факторов. В книге приводятся многочисленные примеры решения рассматриваемых задач с использованием модельной и реальной информации. Поэтому автор надеется, что материал книги будет понятен специалистам с инженерной подготовкой.

Основное внимание в книге уделено изложению вопросов, которые в научных публикациях освещены недостаточно. В этом случае автор старался изложить обоснование алгоритмов достаточно полно. Хотя этот материал может быть труден для освоения специалистами с инженерной подготовкой, тем не менее, он представляется необходимым. При использовании известных методических приемов делаются ссылки на соответствующие публикации.

Для облегчения применения развитых методов и алгоритмов в интересах решения прикладных задач в книге приводятся тексты основных программ в исходных кодах. Эти программы могут быть полезны не только инженерам-исследователям, но также студентам и аспирантам.

⁴ A.I. Nazarenko, K.T. Alfriend. Development of the technique for the covariance prediction using the gravity color noise. AAS/AIAA 2009 Space Flight Mechanics Meeting, Savannah, GA, February 8-12, 2009, AAS 09-230.

Оглавление

1	Основы методики для прогнозирования корреляционных матриц погрешностей вектора состояния спутников	5
1.1	Введение	5
1.2	Дифференциальные уравнения для прогнозирования корреляционной матрицы	10
1.3	Анализ методики прогнозирования корреляционной матрицы при учете взаимной корреляции погрешностей вектора состояния и случайных возмущений.	13
1.4	Определение матричных функций взаимной корреляции $K_{xq}(t_0, t)$ в процессе уточнения параметров орбит по измерениям	17
1.5	Простейший пример учета цветного шума	24
1.6	Выводы по разделу 1	28
2	Статистические характеристики гравитационных возмущений	29
2.1	Введение	29
2.2	Основные формулы для сферических функций	34
2.3	Построение автокорреляционных функций случайных возмущений в связанной с Землей системе координат	35
2.4	Автокорреляционные функции в связанной с Землей системе координат	44
2.5	Автокорреляционные функции для заданной орбиты	49
2.6	Особенности корреляционных функций $k_r(u_1, u_2)$ для резонансных и геостационарных спутников	53
2.7	Выводы по разделу 2	57
3	Прогнозирование корреляционной матрицы погрешностей	59
3.1	Введение	59
3.2	Основы алгоритма для прогнозирования корреляционной матрицы $K_x(t)$	60
3.3	Вычисление двойного интеграла I_0	65
3.4	Вычисление координат в точках пересечения следов орбиты на различных витках	67
3.5	Вычисление двойных интегралов I_{k-j}	72
3.6	Вычисление матричной функции взаимной корреляции $K_{xq}(t, \tau)$ при прогнозировании движения	79
3.7	Прогнозирование корреляционной матрицы погрешностей вектора состояния	85
3.8	Выводы по разделу 3	89
4	Настройка параметров алгоритма	91
4.1	Проблема выбора значения параметра σ_n	91
4.2	Предварительный выбор значения параметра σ_n по данным о столкновении спутников Иридиум 33 и Космос 2251.	93
4.3	Оценка точности определения и прогнозирования орбит спутников типа GPS	96
4.4	Методика настройки параметров шумов	108
4.5	Выводы по разделу 4	125
	Заключение	128
	Список использованных источников	130
	Приложения	133
A	Обоснование формул (2.42) и (2.43)	133
B	Программа для построения автокорреляционных функций случайных гравитационных возмущений в связанной с Землей системе координат	137
C	Программа для прогнозирования корреляционной матрицы погрешностей вектора состояния с учетом «чистого» влияния гравитационных возмущений	141
D	Программа для анализа точности TLE	152
E	Программа для определения СКО погрешностей измерений и шума системы на имитационной модели.	166
F	Фрагменты из истории подготовки монографии	176

Заключение

Характерной особенностью подхода к решению рассматриваемой в монографии проблемы является то, что не учтенные в модели движения гравитационные возмущающие ускорения принимаются стационарным гауссовым цветным шумом. Методические вопросы, связанные с построением статистических характеристик этих возмущений и их применением для прогнозирования корреляционной матрицы погрешностей вектора состояния спутников, подробно изложены в разделах 2 и 3.

Изложенный в монографии подход отличается от традиционного. Обычно прикладные баллистические спутниковые задачи решаются на основе применения метода наименьших квадратов (МНК), в котором весовая матрица не учитывает влияние случайных возмущений. Поэтому корреляционная матрица погрешностей МНК-оценок не позволяет получить достоверные данные о погрешностях прогнозирования движения.

В разделе 1 показано, что при прогнозировании движения спутника возникает взаимная корреляция погрешностей вектора состояния и значений шума в разные моменты времени. Поэтому для обеспечения корректного прогнозирования корреляционной матрицы погрешностей вектора состояния необходимо учитывать эту взаимную корреляцию. Выполнение прогнозирования корреляционной матрицы погрешностей без учета матриц взаимной корреляции погрешностей вектора состояния и шума приводит к неправильным результатам.

Из материалов разделов 1 и 4 следует важная прикладная рекомендация, что для корректного определения статистических характеристик погрешностей прогнозирования спутников необходимо перейти от применения МНК к модификации метода максимального правдоподобия (ММП), в котором весовая матрица учитывает влияние случайных возмущений. Эффект применения этого метода заключается не только в получении более достоверных оценок погрешностей, но и в повышении точности определения и прогнозирования орбит. Последнее обстоятельство актуально для решения целого ряда прикладных задач.

В реальных условиях наряду с гравитационными возмущениями на спутник действуют и возмущения другого происхождения, в частности атмосферные. В разделе 4 отмечалось, что в последние годы была выполнена значительная работа по определению вариаций плотности атмосферы и их учету при прогнозировании. В результате достигнуто существенное продвижение в развитии моделей движения и в изучении случайных погрешностей прогнозирования движения КО, вызванных флуктуациями атмосферного торможения. Подробное изложение соответствующих методических вопросов и результатов исследований выходит за рамки рассматриваемой в монографии проблемы. Тем не менее, материалы разделов 1 и 4 применимы не только к гравитационным возмущениям, но и к возмущениям другого происхождения.

В предисловии отмечалось, что разработка методики для получения априорных статистических характеристик погрешностей прогнозирования движения спутников, пригодных для разнообразных типов орбит, является одной из новых задач космической баллистики. Получение достоверных статистических оценок погрешностей является актуальным для решения многих прикладных задач, связанных с запуском КА, например таких, как:

- выбор запаса топлива, необходимого для поддержания заданных параметров орбиты;
- управление полетом спутника в процессе его эксплуатации;
- корректное использование функциональной спутниковой информации, которая вырабатывается в процессе эксплуатации КА;
- предсказание времени и места падения КА;
- оценка вероятности столкновений КА с другими объектами и принятие мер по предотвращению столкновений.

Достоверная оценка погрешностей прогнозирования является актуальной и в интересах контроля за полетом большого числа не активных объектов – т.н. космического мусора. Слежение за спутниками ведут системы контроля космического пространства, которые занимаются каталогизацией всех объектов в ОКП. В связи с большим числом объектов космического мусора очень трудной задачей является надежное отождествление получаемых измерений с объектами каталога и обнаружение новых объектов. Достоверная оценка погрешностей прогнозирования здесь играет решающую роль.

В связи с ростом техногенного загрязнения ОКП повысилась вероятность столкновений КА с более мелкими объектами, которые пока не поддаются каталогизации. Остро стоит проблема уменьшения нижней границы размеров каталогизированных объектов. Решение этой проблемы на основе привлечения дополнительных измерительных средств связано не только с необходимостью обеспечения достоверности статистических оценок погрешностей прогнозирования, но и с необходимостью повышения точности определения и прогнозирования орбит.

Усовершенствование прикладных компьютерных программ, в которых оценка точности прогнозирования спутников играет важную роль, является достаточно сложной проблемой. Наряду с преодолением объективных организационных трудностей, необходимо иметь в виду и субъективный фактор. Как правило, специалисты ориентированы на применение традиционного подхода; к новшествам они относятся скептически. Тем не менее, объективная реальность, по мнению автора, заключается в том, что альтернативы изложенному в монографии подходу не существует. Рано или поздно он займет свое достойное место в прикладных программах. Автор надеется, что описанные в приложениях компьютерные программы облегчат внедрение изложенных в монографии алгоритмов в практику прикладных баллистических расчетов.

Обращение к читателям:

Автор будет признателен всем, кого заинтересуют рассматриваемые в монографии вопросы, за комментарии и пожелания.

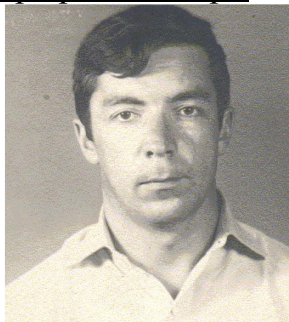
Приложение G

Фрагменты из истории подготовки монографии

G.1. История в фотографиях автора



1963



1965



1971



1990



1991



1995



1997



2002

G.2. Эпизоды

Сцена 1 (конец 60-х годов). Руководитель института и руководитель проекта.

Руководитель проекта: «Наши сотрудники И.И. Иванов, П.П. Петров и С.С. Сидоров разработали новую модель движения спутников. Ее название - Стандартный Блок Прогноза (СБП). Алгоритм и программа отлажены, испытаны и успешно работают в автоматизированной системе обработки информации. Характеристики по точности и быстродействию удовлетворяют соответствующим требованиям».

Руководитель института: «Очень хорошо. Подготовьте предложения по поощрению сотрудников».

Сцена 2 (несколько лет спустя). Руководитель института и руководитель проекта.

Руководитель проекта: «Наши сотрудники И.И. Иванов, П.П. Петров и С.С. Сидоров разработали алгоритм и программу для оценки погрешностей прогнозирования движения спутников. Ее название - Стандартный Блок ОШибок (СБОШ). Алгоритм и программа отлажены, испытаны и успешно работают в автоматизированной системе обработки информации. Результаты работы алгоритма и программы удовлетворяют необходимым требованиям, а именно, достигнуто соответствие реальных и расчетных статистических характеристик погрешностей прогнозирования движения».

Руководитель института: «Очень хорошо. Подготовьте предложения по поощрению сотрудников. Но хочу заметить, что название программы является не совсем удачным. Предлагаю более подходящее название: Универсальный Единый Блок ОШибок».